Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования «Белорусский государственный университет   
информатики и радиоэлектроники»

Факультет компьютерных систем и сетей

Кафедра информатики

Дисциплина: Прикладные задачи математического анализа (ПЗМА)

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

к курсовой работе

на тему

Интегрирование дифференциальных

уравнений с помощью степенных рядов

Студент: гр.153503 Кончик Д.С.

Руководитель: канд. ф.-м. н., доцент Анисимов В.Я.

Минск 2022

СОДЕРЖАНИЕ

[ВВЕДЕНИЕ 3](#_Toc116265093)

[ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ 4](#_Toc116265094)

[1. ЧИСЛОВЫЕ РЯДЫ 4](#_Toc116265095)

[СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ 5](#_Toc116265096)

# ВВЕДЕНИЕ

Термин «дифференциальное уравнение» принадлежит Лейбницу (1676, опубликовано в 1684 г.). Начало исследований по дифференциальным уравнениям восходит ко временам Лейбница, Ньютона, в работах которых исследовались первые задачи, приводящие к таким уравнениям. Лейбниц, Ньютон, братья Я. и И. Бернулли разрабатывали методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений. В качестве универсального способа использовались разложения интегралов дифференциальных уравнений в степенные ряды. Некоторые классы уравнений были приведены к уравнению с разделяющимися переменными [1, c. 431].

Решения многих дифференциальных уравнений не выражаются в элементарных функциях. В этих случаях пользуются приближенными методами интегрирования дифференциальных уравнений. Одним из таких методов является представление решения уравнения в виде степенного ряда; сумма конечного числа членов этого ряда будет приближенно равна искомому решению. Указанный степенной ряд находят способом неопределенных коэффициентов или способом, основанным на применении ряда Тейлора (Маклорена) [2, c. 511].

# ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

## ЧИСЛОВЫЕ РЯДЫ

**Понятие числового ряда и его суммы.** Рассмотрим числовую последовательность

Составим из нее новую последовательность

Выражение

(1.1)

обозначается символом и называется *числовым рядом*. Числа называются *членами ряда*, а число — *n*-м членом ряда. Сумма называется *n-й частичной суммой ряда*.

Числовой ряд (1.1) называется *сходящимся*, если последовательность частичных сумм сходится к некоторому числу S, которое называется *суммой* этого ряда. Итак, по определению, ряд (1.1) сходится к сумме S, если

. (1.2)

В этом случае пишут

. (1.3)

Если предел последовательности не существует или равен бесконечности, то ряд (1.1) называется *расходящимся*.

**Пример 1.** Рассмотрим *геометрическую прогрессию*

Сумма ее первых n членов равна

. (1.4)

Так как при , а при , то из равенства (1.4) получаем, что , . Таким образом, ряд сходится при и его сумма определяется формулой

.

При расходится.

*Суммой двух рядов* и называется ряд

*+ = .*

*Произведением ряда* на действительное число называется ряд

.

Пусть ряд (1.1) сходится к сумме *S*. Перепишем равенство (1.3) в виде и обозначим . Это выражение, представляющее собой новый ряд, называется *остатком ряда* (1.1). Таким образом, для сходящегося ряда (1.1) имеет место равенство

. (1.5)

Справедлива следующая

**Теорема 1.1.** Для того чтобы ряд (1.1) сходился, необходимо и достаточно, чтобы

Доказательство теоремы вытекает из определения суммы ряда и равенства (1.5).

**Теорема 1.2** (необходимое условие сходимости ряда)**.** Если ряд  сходится, то

(1.6)

*Доказательство.* Пусть *S* — сумма ряда , т. е. Так как , то

Итак, если ряд сходится, то всегда выполнено условие (1.6). Отсюда следует, что если условие (1.6). не выполнено, то ряд расходится. Это является *достаточным условием, или признаком расходимости ряда.*

Условие (1.6) не является достаточным условием сходимости ряда, т. е. из выполнения равенства (1.6) не обязательно вытекает сходимость ряда.

**Пример 2.** Исследовать на сходимость ряд

. (1.7)

Имеем . Необходимое условие сходимости (1.6) для данного ряда выполнено.

, значит, ряд (1.7) расходится.

# СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Гусак А.А. и др. Справочник по высшей математике / А.А.Гусак, Г.М.Гусак, Е.А.Бричикова. — Мн.: ТетраСистемс. 1999. — 640 с.
2. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисления для втузов, т. 2: Учебное пособие для втузов. — 13-е изд. — М.: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1985. — 560 с.
3. Жевняк Р.М., Карпук А.А. Высшая математика: [Учеб. Пособие для втузов]. Ч. III. — Мн.: Выш. шк., 1985. — 208 с., ил.